

DT/ SCIENCES ET TECHNIQUES INDUSTRIELLES**EPREUVES THEORIQUES****EPREUVE : MATHEMATIQUES GENERALES (BTP-CEMS-DPB-EL-FC-FM- MA-OBB-OG)****DUREE : 3 H****COEF : 3****SUJET**Exercice 1

Le plan complexe P est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) . On désigne par g l'application $g : P \rightarrow P$. $M(x, y) \rightarrow M'(x - y - 3, x + y + 5)$.

- 1- Déterminez les coordonnées du point J' image du point $J(0,1)$ par g .
- 2- a) Exprimez l'affixe z' de M' en fonction de l'affixe z de M
b) Donnez la nature et les éléments caractéristiques de g .
- 3- a) Déterminez l'ensemble (C) des points M d'affixe z du plan telle que
 $|z|^2 - z - \bar{z} - 3 = 0$.
b) Déterminez $g(C)$.

Exercice 2

Soient l'équation différentielle (E) : $y'' - 6y' + 8y = -32$ et f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par :

$$f(x) = e^{4x} + 3e^{2x} + c ; c \in \mathbb{R}.$$

- 1- Déterminez les dérivées f' et f'' de f .
- 2- Déterminez la constance c pour la fonction f soit solution de (E).
- 3- On suppose que $c = -4$.
 - a) Résolvez dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
 - b) Calculez l'intégrale $\int_{-1}^1 |f(x)| dx$.

Problème

On considère la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \ln(x + 1) - \ln|x - 1|$.

- 1- Déterminez l'ensemble de définition D de f .
- 2- Calculez les limites de f aux bornes de D .
- 3- a) Déterminez la dérivée première f' de f puis étudiez son signe sur D .
b) Achever l'étude des variations de f .
c) Précisez les asymptotes de la courbe représentative (C) de f .
d) Déterminez le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
- 4- Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, I, J) .
 - a) Justifiez que O est le centre de la symétrie de (C) sur l'intervalle $] -1; 1[$.
 - b) Construisez la courbe (C) .

(Page suivante)

- 5- a) Déterminez les nombres réels a et b tels que pour tout x appartenant à $] -1; 1[$, on ait $\frac{x}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$.
- b) Vérifiez que $\forall x \in] -1; 1[$
 $f(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$.
- c) A l'aide d'une intégration par parties, calculez l'aire du domaine délimité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations cartésiennes $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$.
- 6- Soit g la fonction de $] -1; 1[$ dans $f(] -1; 1[)$ définie par : $g(x) = f(x)$.
- a) Démontrez que g admet une application réciproque g^{-1} .
- b) Calculez $g^{-1}(x)$ pour tout x appartenant à un ensemble J que l'on précisera.

BONNE CHANCE !